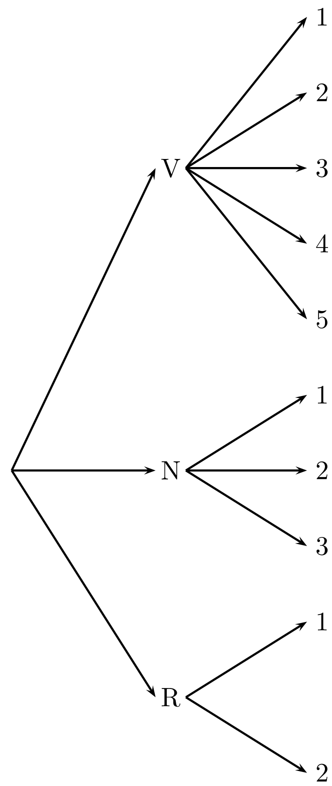
Probabilités

Exercice n° 1

Un sac contient 2 jetons rouges(R) numérotés 1 et 2 ; 3 jetons noirs(N) numérotés de 1 à 3 ; 5 jetons verts(V) numérotés de 1 à 5. Les jetons sont indiscernables au toucher. On tire un jeton désigné par sa couleur puis son numéro.



1. Quelle est la probabilité des événements suivants :
   C : On tire un numéro 5. T : On tire un numéro 3.
   V : On tire un jeton vert. R : On tire un jeton rouge.

   $P(C) = \ldots \quad P(T) = \ldots \quad P(V) = \ldots \quad P(R) = \ldots$
2. On a tiré un jeton vert,
   quelle est la probabilité d'avoir le numéro 5 ?
3. On a tiré un jeton numéroté 4,
   quelle est la probabilité que ce jeton soit noir ? vert ?
4. On a tiré un jeton numéroté 2,
   quelle est la probabilité qu'il soit noir ?
5. Compléter l'arbre pondéré ci-contre :
6.

   Notation : Sachant que l'on a tiré un jeton vert (V), la probabilité d'avoir le numéro 3 (T) se note $P_V(T) = \dfrac{1}{5}$

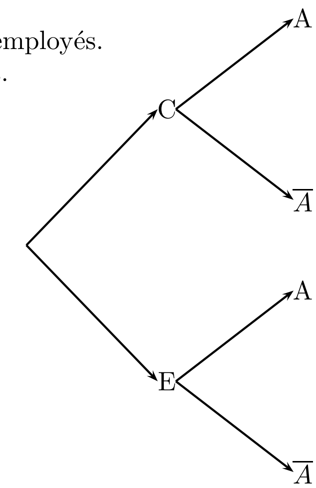
   a. Sachant que l'on a tiré un jeton 5 (C), la probabilité d'avoir un jeton rouge (R) se note : ...
   b. Sachant que l'on a tiré un jeton 3 (T), la probabilité d'avoir un jeton vert (V) se note : ...
   c. Sachant que l'on a tiré un jeton 5 (C), la probabilité d'avoir un jeton vert (V) se note : ...
   d. Sachant que j'ai révisé (R), la probabilité d'avoir une bonne note (B) se note : ...

Exercice n° 2

Un mélange de graines de fleurs contient 50 graines de type A, 90 graines de type B et 60 graines de type C. Les probabilités qu'une graine de type A, B ou C germe correctement sont respectivement égales à $0,5$, $0,8$ et $0,6$. On note G l'événement "la graine germe correctement".
On sème une graine prise au hasard, déterminer les probabilité suivantes : :
$P(A)$, $P(A \cap G)$, $P(G)$, $p(C \cap \overline{G})$, $P_G(C)$ et $P_{\overline{G}}(C)$

Exercice n° 3

Un sondage est effectué dans une entreprise comprenant 20% de cadres et 80% d'employés.
On sait que 40% des cadres parlent l'anglais et 15% des employés parlent l'anglais.
On choisit au hasard une personne de l'entreprise.
On appelle C l'événement «être cadre », E l'événement «être employé »
et A l'événement «parler anglais».



1. Compléter l'arbre pondéré ci-contre :
2. En déduire $P_C(\bar{A})$ et $P_E(\bar{A})$.
3. Calculer la probabilité des événements $C \cap A$ et $E \cap A$.
4. En déduire $P(A)$.

Exercice n° 4

Une urne contient 7 boules rouges et 6 boules bleues indiscernables entre elles au toucher. On tire deux boules l'une après l'autre sans remise. Quelle est la probabilité de chacun des évènements suivants :
A : On tire une rouge puis une bleue B : On tire une bleue puis une rouge ;
C : On tire deux boules de couleurs distinctes D : On tire deux boules de même couleur ?

Exercice n° 5

Une fabrique artisanale de jouets en bois vérifie la qualité de sa production avant sa commercialisation. Chaque jouet produit par l'entreprise est soumis à deux contrôles : d'une part l'aspect du jouet est examiné afin de vérifier qu'il ne présente pas de défaut de finition, d'autre part sa solidité est testée.
Il s'avère, à la suite d'un grand nombre de vérifications, que :

- 92 % des jouets sont sans défaut de finition ;
- parmi les jouets qui sont sans défaut de finition, 95 % réussissent le test de solidité ;
- 2 % des jouets ne satisfont à aucun des deux contrôles.

On prend au hasard un jouet parmi les jouets produits. On note :

- F l'évènement : « le jouet est sans défaut de finition » ;
- S l'évènement : « le jouet réussit le test de solidité ».

1. **Construction d'un arbre pondéré associé à cette situation.**
   - **a.** Traduire les données de l'énoncé en utilisant les notations des probabilités.
   - **b.** Démontrer que $p_{\overline{\text{F}}}\left(\overline{\text{S}}\right) = \dfrac{1}{4}$.
   - **c.** Construire l'arbre pondéré correspondant à cette situation.
2. **Calcul de probabilités.**
   - **a.** Démontrer que $p(\text{S}) = 0,934$.
   - **b.** Un jouet a réussi le test de solidité. Calculer la probabilité qu'il soit sans défaut de finition. (On donnera le résultat arrondi au millième,)

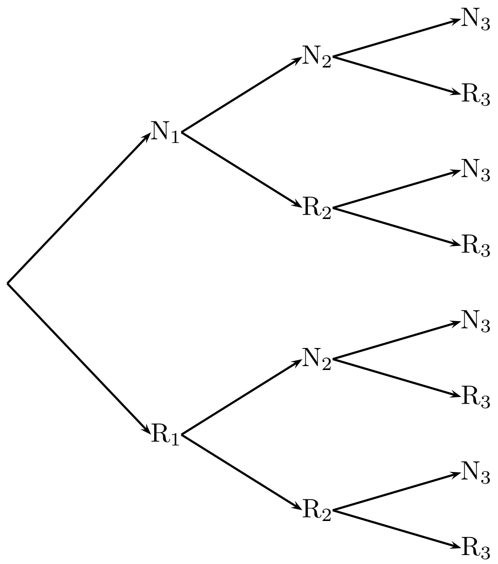
Exercice n° 6

Le jeu de l'écarté consiste à tirer une carte dans un jeu de 32 cartes. Pour gagner, il faut tirer un roi. On admet qu'un joueur sur 10 est un tricheur et que tout tricheur tire un roi avec une probabilité de $\dfrac{1}{2}$. Monsieur X tire une carte : c'est un roi.
Quelle est la probabilité pour que Monsieur X ait triché ?

Exercice n° 7

On considère trois urnes U_1, U_2, et U_3.
L'urne U_1 contient deux boules noires et trois boules rouges ; l'urne U_2 contient une boule noire et quatre boules rouges ; l'urne U_3 contient trois boules noires et quatre boules rouges.
Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de U_1 et une boule de U_2, à les mettre dans U_3, puis à tirer au hasard une boule de U_3.
Pour i prenant les valeurs 1, 2 et 3, on désigne par N_i, (respectivement R_i) l'évènement « on tire une boule noire de l'urne U_i » (respectivement « on tire une boule rouge de l'urne U_i »).

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités suivant :



2. Calculer la probabilité de l'évènement N_3.

3. Les évènements N_1 et N_3 sont-ils indépendants ?

4. Sachant que la boule tirée dans U_3 est noire, quelle est la probabilité que la boule tirée de U_1 soit rouge ?

Exercice n° 8

En 2005, ce laboratoire de recherche met au point un test de dépistage de la maladie responsable de cette disparition et fournit les renseignements suivants : « La population testée comporte 50 % d'animaux malades. Si un animal est malade, le test est positif dans 99 % des cas ; si un animal n'est pas malade, le test est positif dans 0,1 % des cas ».

On note M l'évènement « l'animal est malade », $\overline{M}$ l'évènement contraire et T l'évènement « le test est positif ».

1. Determiner $P(M)$, $P_M(T)$, $P_{\overline{M}}(T)$.

2. En déduire $P(T)$.

3. Le laboratoire estime qu'un test est fiable, si sa valeur prédictive, c'est-à-dire la probabilité qu'un animal soit malade sachant que le test est positif, est supérieure à 0,999. Ce test est-il fiable ?

Exercice n° 9

À l'issue d'une compétition, des sportifs sont contrôlés par un comité antidopage qui doit se prononcer et les déclarer positifs ou négatifs à une substance testée. Or, certains produits dopants restent indétectables aux contrôles et le test utilisé par le comité n'est pas fiable à 100 %.

Plus précisément :
la probabilité qu'un sportif dopé soit déclaré positif est 0,94 ;
la probabilité qu'un sportif non dopé soit déclaré positif est 0,08.
Le comité prend donc sa décision avec un risque d'erreur.
L'expérience a montré que, dans ce genre de compétition, 15 % des participants sont dopés. On note :
D l'évènement« le sportif est dopé »,
P l'évènement « le sportif est déclaré positif »,
N l'évènement « le sportif est déclaré négatif ».

Dans toute la suite, on donnera les résultats exacts écrits sous forme décimale.

1. Faire un arbre de probabilité illustrant la situation.

2. Indiquer la valeur de $P(\mathrm{D})$ puis celle de $P_{\mathrm{D}}(\mathrm{P})$.

3. a. Traduire par une phrase l'évènement $\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{P}$.

b. Déterminer la valeur de $P\left(\overline{\mathrm{D}} \cap \mathrm{P}\right)$.

4. Lors d'une compétition, un sportif est choisi au hasard et contrôlé.

a. Quelle est la probabilité qu'il soit déclaré positif ?

b. Montrer que $P(\mathrm{N}) = 0,791$.

c. On note E l'évènement « le comité a commis une erreur ». Déterminer la valeur de $P(\mathrm{E})$.

Exercice n° 10

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**
Au rayon « multimédia » d'un magasin, un écran plat et un lecteur DVD sont en promotion pendant une semaine. Un client étant choisi au hasard, on désigne par :

— A l'évènement « le client achète l'écran plat en promotion ».
— B l'évènement « le client acquiert le lecteur DVD en promotion ».

On estime que $p(A) = \frac{1}{3}$, $p\left(\overline{\mathrm{A}} \cap \mathrm{B}\right) = \frac{1}{9}$ et que la probabilité de l'évènement « le client achète les deux objets en promotion » est $\frac{1}{18}$.
Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider d'un arbre de probabilités ou d'un tableau.

1. $p\left(\overline{\mathrm{A}}\right)$ est égale à

- $\frac{17}{18}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

2. $p(\mathrm{B})$ est égale à

- $\frac{1}{6}$
- $\frac{5}{18}$
- $\frac{13}{18}$

3. $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ est égale à

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{18}$
- $\frac{1}{6}$

4. $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$ est égale à

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{4}{9}$
- $\frac{1}{18}$

Exercice n° 11

Dans un terrain de camping, il y a 1000 campeurs dont 32% de français et 68% de belges. 70% des français savent jouer à la belote et 30% des belges savent jouer à la belote.

1. Compléter le tableau à double entrée suivant :

	Nombre de campeurs français	Nombre de campeurs belges	Total
Nombre de campeurs joueurs de belote			
Nombre de campeurs qui ne savent pas jouer à la belote			
Total			

2. Vous rencontrez une personne au hasard dans le terrain. Il se trouve qu'elle sait jouer à la belote. Quelle est la probabilité pour qu'elle soit de nationalité belge ?

Exercice n° 12

Dans son jeu vidéo préféré, Sylvain choisit toujours au hasard l'un des trois adversaires virtuels A, B et C. A près de nombreuses parties, il a constaté qu'il a joué et gagné contre A dans 25% des cas.
Soit A, l'événement « Sylvain joue contre l'adversaire A »et G l'événement « Sylvain gagne ».

1. Donner les probabilités de A et $A \cap G$.

2. Quelle est la probabilité que Sylvain gagne sachant qu'il joue contre A ?

Exercice n° 13

Dans un centre d'enquêtes menées par téléphone, on a constaté, d'une part que 72% des personnes contactées sont des femmes, d'autre part que 25% des femmes contactées acceptent de répondre au questionnaire.
Une personne est contactée par un appel du centre lancé au hasard.

Soit F l'événement "la personne contactée est une femme" et R l'événement "la personne contactée accepte de répondre au questionnaire".

1. Traduire les données de l'énoncé par des probabilités.

2. Calculer la probabilité que la personne contactée soit une femme et qu'elle accepte de répondre au questionnaire.

Exercice n° 14

Une agence de tourisme propose 1000 tickets à gratter, tous gagnants.
990 d'entre eux font gagner une paire de lunettes de soleil et 10 font gagner un voyage, soit en Asie, soit en Afrique.
Les tickets sont de deux couleurs, rose ou bleue.
Le tableau ci-dessous donne la répartition des tickets.

	Lunettes de soleil	Voyage en Asie	Voyage en Afrique	Total
Tickets roses	594	4	2	600
Tickets bleus	396	1	3	400
Total	990	5	5	1000

Un client reçoit au hasard un des 1000 tickets.
On considère les événements R "le ticket est rose" et V "le client gagne un voyage".

1. **a.** Calculer $P(V)$, $P_R(V)$ et $P_{\bar{R}}(V)$.

b. La probabilité de gagner un voyage dépend-elle de la couleur du ticket reçu ?

c. Calculer $P(R)$ et $P(V \cap R)$.

d. Vérifier que R et V sont des événements indépendants.

2. On note A l'événement "le client gagne un voyage en Asie".

a. Calculer $P(A)$, $P_R(A)$ et $P_{\bar{R}}(A)$.

b. La probabilité de gagner un voyage en Asie dépend-elle de la couleur du ticket reçu ?

c. Calculer $P(A \cap R)$.

d. Vérifier que A et R ne sont pas des événements indépendants.

Exercice n° 15

Soit A et B deux événements indépendants. Montrer que $\overline{A}$ et B le sont aussi.