Polynômes du second degré 1

1 Echauffement

Exercice n° 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - x - 1$. Donner une valeur approchée à 0,01 près des deux solutions de l'équation $f(x) = 0$

Exercice n° 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5(x-2)(x+5)$.

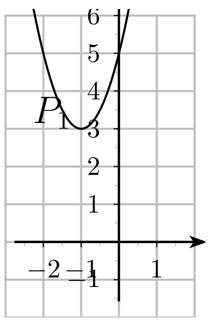
1. Résoudre $f(x) = 0$

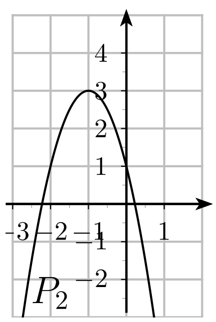
2. Résoudre $f(x) \geqslant 0$

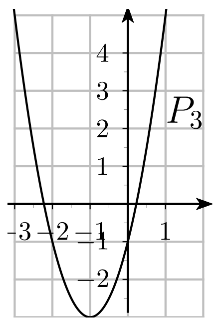
Exercice n° 3

Sans la calculatrice, associer à chaque fonction la représentation graphique qui lui correspond.

$f(x) = -2(x+1)^2 + 3$ $\qquad$ $g(x) = 2(x+1)^2 - 3$ $\qquad$ $h(x) = 2(x+1)^2 + 3$





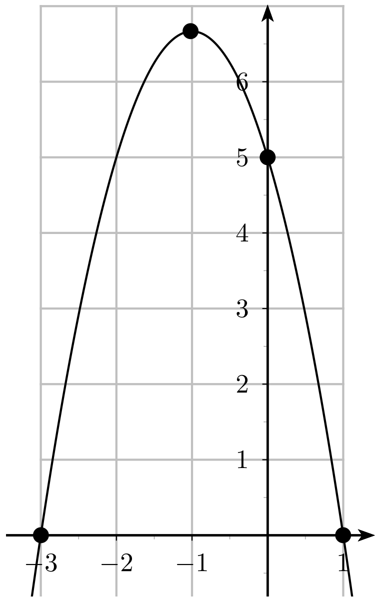


2 Les différentes formes

Exercice n° 4

Voici la représentation graphique $\mathcal{C}$, d'une fonction f polynôme du second degré. f est définie sur $\mathbb{R}$ par les expressions :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \qquad f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$



1. Quel est le signe de a ?

2. Donner les valeurs de c, x_1, x_2, α, β.

3. En déduire la valeur de a puis de b.

Exercice n° 5

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-7)(x-1)$: FORME 1

1. Développer $f(x)$ et montrer que $f(x) = 2x^2 - 9x + 7$: FORME 2

2. Montrer que pour tout x réel, $f(x) = 2\left(x - \dfrac{9}{4}\right)^2 - \dfrac{25}{8}$: FORME 3

3. Répondre aux questions suivantes en choisissant la forme le plus adaptée :

a. Calculer $f(0)$

b. Calculer $f(1)$

c. Résoudre $f\left(\dfrac{9}{4}\right)$

d. Dresser le tableau de variation de f.

e. Dresser le tableau de signe de f.

f. Résoudre $f(x) = 7$

g. Résoudre $f(x) = -\dfrac{25}{8}$

Exercice n° 6

Voici trois expressions d'une même fonction f représentée par une parabole $\mathcal{P}$ dans un repère :

$$f(x) = 2\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{49}{8} \qquad f(x) = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x+2) \qquad f(x) = 2x^2 + x - 6$$

Choisir la forme la plus adaptée pour répondre aux questions suivantes.

1. En quel(s) point(s), $\mathcal{P}$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ?

2. En quel(s) point(s), $\mathcal{P}$ coupe-t-elle l'axe des ordonnées ?

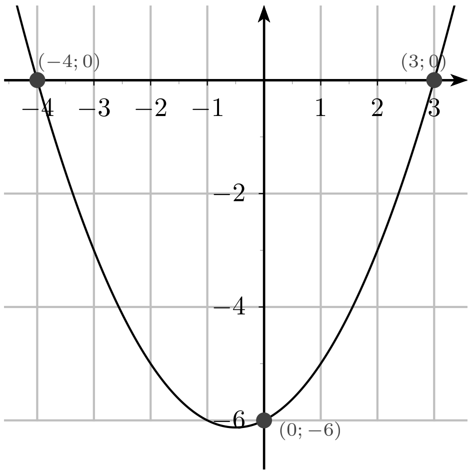
3. Construire le tableau de variation de $f(x)$.

4. Construire le tableau de signe de $f(x)$.

Exercice n° 7

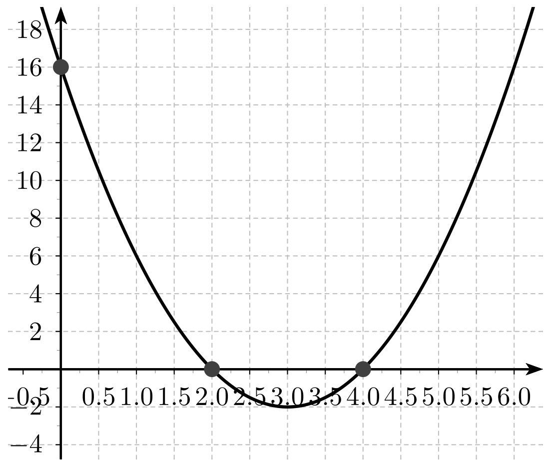
Soit f une fonction polynôme du second degré dont on a tracé une représentation graphique ci-dessous.

Déterminer la forme factorisée de f.



Exercice n° 8

Sur le graphique ci-dessous on a tracé la courbe représentative d'un polynôme de degré 2. Déterminer l'expression algébrique de ce polynôme.



Exercice n° 9

Voici quatre formes d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$:

FORME 1 : $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$

FORME 2 : $f(x) = 4\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2$

FORME 3 : $f(x) = (2x-3)(2x-3)$

FORME 4 : $f(x) = (2x+3)^2 - 24x$

Choisir la forme la plus adaptée pour :

1. Calculer $f(0)$.

2. Résoudre $f(x) = 0$.

3. Résoudre $f(x) = -24x$.

4. Calculer $f(1,5)$.

5. Étudier les variations de $f(x)$.

6. Montrer que pour tout réel x, $f(x) \geqslant 0$.

7. Résoudre $f(x) = 9$.

3 La forme canonique

Exercice n° 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 10x + 27$

1. Donner la forme canonique de f.

2. En déduire que pour tout réel x, $f(x) \geqslant 2$

Exercice n° 11

Mettre chacun des polynômes ci-dessous sous forme canonique :

a. $x^2 - 2x - 2$ **b.** $x^2 + 6x + 3$ **c.** $x^2 + x + 1$ **d.** $x^2 + x + 2$ **e.** $x^2 - 4x + 1$

Exercice n° 12

Pour chaque trinôme, donner le sens de variation et les coordonnées du sommet.

$$P(x) = -2x^2 + 5x + 10 \qquad Q(x) = 3(x+2)^2 - 3$$

Exercice n° 13

On considère la fonction $f : x \longmapsto 3x^2 - 9x + 5$ et on note $\mathcal{P}$ la parabole représentant la fonction f dans un repère.

1. Avec la calculatrice, conjecture l'abscisse du sommet. Valider cette conjecture par un calcul.

2. Établir le tableau de variation de f.

3. Montrer que si $x \geqslant 3$, alors $3x^2 - 9x + 5$ est positif.

4. Montrer que, pour tout réel x, $3x^2 - 9x + 5$ ne s'annule jamais.

Exercice 14 Un peu d'initiative ...

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 2$.

Par la méthode de votre choix, montrer que pour tout réel $x \in [0; 5]$,

$$-7 \leqslant f(x) \leqslant 2$$

Exercice n° 15

Soient a, b et c trois nombres réels avec $a \neq 0$. Montrer que pour tout réel x, on a

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = ax^2 + bx + c$$