Chapitre 4 : Suites numériques

Exercice n° 1

Étudier la monotonie des suites ci-dessous :

$$a_n = n^2 + 3 \quad ; \quad b_n = \frac{4}{n+1} \quad ; \quad c_n = n^2 + 2n \quad ; \quad d_n = \frac{1}{2^n} \quad ; \quad e_n = 0,9^n \quad ; \quad f_n = \frac{2n+1}{n+4}$$

$$g_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n \quad ; \quad \begin{cases} h_0 = 3 \\ h_{n+1} = h_n + n \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} i_0 = 1 \\ i_{n+1} = i_n + 10 - n \end{cases}$$

Exercice n° 2

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n(u_n + 1) \end{cases}$

1. Conjecturer la monotonie de la suite u.

2. Montrer que $u_{n+1} - u_n = -(u_n)^2$

3. Démontrer la conjecture.

Exercice n° 3

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2 \end{cases}$

1. Conjecturer la limite de la suite u.

2. Quel est le résultat affiché par l'algorithme ci-dessous ?

En langage naturel	En Python

N prend la valeur 0
U prend la valeur 1
Tant que $\|U - 4\| > 0,01$
    U prend la valeur $0.5 \times U + 2$
    N prend la valeur N +1
Fin Tant que
Afficher N
	N= 0
	$U = 1$
	While abs$(U - 4) > 0.01$:
	    $U = 0.5 * U + 2$
	    $N = N + 1$
	
	print(N)

Exercice n° 4

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1,04u_n \end{cases}$

1. A l'aide de la calculatrice, déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > 2$.

2. Écrire un algorithme qui affiche le plus petit entier n tel que $u_n > 100$.