

$$1. \quad u_0 = 3$$

$$v_0 = 4$$

$$u_1 = \frac{3u_0 + 4v_0}{7} = \frac{3 \times 3 + 4 \times 4}{7} = \frac{25}{7}$$

$$v_1 = \frac{4u_0 + 3v_0}{7} = \frac{4 \times 3 + 3 \times 4}{7} = \frac{21}{7}$$

$$v_2 = \frac{4u_1 + 3v_1}{7} = \frac{4 \times \frac{25}{7} + 3 \times \frac{21}{7}}{7} = \frac{163}{49}$$

2. Méthode : $u_{n+1} - u_n$

$$u_{n+1} = u_{n+1} + v_{n+1} = \frac{3u_n + 4v_n}{7} + \frac{4u_n + 3v_n}{7}$$

$$= \frac{3u_n + 4v_n + 4u_n + 3v_n}{7}$$

$$= \frac{7u_n + 7v_n}{7} = \underbrace{u_n + v_n}_{= u_n}$$

Donc

$$u_{n+1} = u_n$$

Donc $u_{n+1} - u_n = 0$

Le suite (u_n) est donc constante.

Remq $u_0 = u_0 + v_0 = 3 + 4 = 7$ donc les termes valent toujours 7

verif : $u_1 = u_1 + v_1 = \frac{25}{7} + \frac{21}{7} = \frac{46}{7} = 7$

• ex 50

- 1 → escalier
2. la suite semble croissante
3. la limite semble être 6

Remq : les termes se rapprochent de l'intersection des deux droites :

$$\begin{aligned} y &= 0,5x + 3 && \text{(bleue)} \\ \text{et} \quad y &= x && \text{(rouge)} \end{aligned}$$

$$0,5x + 3 = x$$

$$\Leftrightarrow -0,5x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3}{-0,5} = \frac{3}{0,5} = \boxed{6}$$

• ex 51

- 1 → escargot
- 2 la suite n'est ni croissante, ni décroissante
on dit qu'elle n'est pas monotone

la limite semble être 1 (intersection des courbes rouge et bleue)

$$\begin{aligned} y &= x \\ y &= \frac{6}{x+2} + 1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bleue} \\ \text{rouge} \end{array} \right\} \frac{6}{x+2} - 1 = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{x+2} = x + 1$$

$$\Leftrightarrow 6 = (x+1)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 0 = x^2 + 3x - 4$$

$$\Delta = 25$$

$$x_1 = \frac{-3+5}{2} = \boxed{1}$$

$$x_2 = \frac{-3-5}{2} = -4$$

$$\begin{aligned}
 1. \quad u_{n+1} - u_n &= \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)(n+2) - (n+1)(n+3)}{(n+3)(n+2)} \\
 &= \frac{n^2 + 4n + 4 - n^2 - 4n - 3}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{(n+3)(n+2)} \rightarrow \oplus
 \end{aligned}$$

$u_{n+1} - u_n$ est positif donc la suite (u_n) est strictement croissante.

$$\begin{aligned}
 2. \quad u_{n+1} - u_n &= \frac{3^{n+1}}{n+1} - \frac{3^n}{n} = \frac{3^{n+1} \times n - 3^n \times (n+1)}{(n+1) \times n} \\
 &= \frac{3 \times \boxed{3^n} \times n - \boxed{3^n} \times (n+1)}{(n+1) \times n} = \frac{3^n (3n - (n+1))}{(n+1) \times n} \\
 &\stackrel{\oplus}{=} \frac{3^n \times \boxed{(2n-1)}}{(n+1) \times n} \rightarrow \begin{matrix} \text{!} \\ \oplus \end{matrix}
 \end{aligned}$$

$2n-1$ est positif si $n \geq 1$

Donc (u_n) est croissante à partir du rang 1

$$\begin{aligned}
 3. \quad u_{n+1} - u_n &= (n+1)^2 - 3(n+1) + 12 - (n^2 - 3n + 12) \\
 &= n^2 + 2n + 1 - 3n - 3 + 12 - n^2 + 3n - 12 \\
 &= \boxed{2n-2} \quad \text{!}
 \end{aligned}$$

n	1
2n-2	- 0 +

$2n-2$ est $\oplus$ à partir du rang 1

Donc (u_n) est croissante à partir du rang 1

$$4. \quad u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}$$

$$= -\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n}$$

n est positif, ce mb est $\ominus$

Donc (u_n) est strictement décroissante.

53

$$1. \quad u_0 = 8 \quad u_1 = 6 \quad u_2 = \frac{28}{5} \quad u_3 = \frac{38}{7} \quad u_4 = \frac{16}{3}$$

$$2. \quad u_{n+1} - u_n = 5 + \frac{3}{2(n+1)+1} - \left(5 + \frac{3}{2n+1} \right) = \cancel{5} + \frac{3}{2n+3} - \cancel{5} - \frac{3}{2n+1}$$

$$= \frac{3}{2n+3} - \frac{3}{2n+1} = \frac{3(2n+1) - 3(2n+3)}{(2n+3)(2n+1)}$$

$$= \frac{-6}{(2n+3)(2n+1)} \rightarrow \ominus$$

$u_{n+1} - u_n$ est donc NEGATIF donc (u_n) est strict. décroissante.

$$3. \quad \text{On doit résoudre } 5 + \frac{3}{2m_0+1} - 5 < 0,001$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2m_0+1} < 0,001$$

$$\Leftrightarrow 3 < 0,001 \times (2m_0+1)$$

$$\Leftrightarrow 3 < 0,002 m_0 + 0,001$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-0,001}{0,002} < m_0 \quad \text{donc } m_0 > 1499,5$$

Donc

$$m_0 = 1500$$

• Avec l'algorithme ci-dessous vérifier le résultat

```
m = 0
u = 5 + 3 / (2 * m + 1)
while abs(u - 5) >= 0,001 :
    m = m + 1
    u = 5 + 3 / (2 * m + 1)
    print("m =", m)
    print("u =", u)
```

à écrire via
"Python en ligne"

Pour la limite, observer la variable u
affichée par python