

**Exercice n° 1**

Un jeu consiste à lancer trois fois une pièce de monnaie bien équilibré. Chaque pile obtenu rapporte 3 € et chaque face fait perdre 2 €.

1. Quels sont les gains (ou pertes) possibles ?
2. On note  $G$  le gain algébrique du joueur. Donner la loi de probabilité de  $G$ .

**Exercice n° 2**

On dispose d'une urne composée de deux boules noires, deux boules vertes et trois boules rouges. On tire une boule de l'urne, on note sa couleur et on la remet dans l'urne. On répète trois fois ce tirage. On note  $X$  le nombre de boules rouges qui ont été tirées.

1. Donner la loi de probabilité de  $X$ .

**Exercice n° 3**

Une urne contient 5 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules bleues. Un joueur tire au hasard une boule de l'urne. Si la boule est bleue, le gain est de 10 euros, si la boule est verte, le gain est de 5 euros. Le joueur perd 1 euro si la boule est rouge. On note  $X$  la variable aléatoire prenant pour valeur le gain (positif ou négatif) obtenu.

1. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
2. Calculer l'espérance, la variance et l'écart type de la variable aléatoire  $X$ .
3. Combien doit-on mettre de boules rouges dans l'urne afin que le jeu soit équitable ?

**Exercice n° 4**

Une variable aléatoire  $X$  prend les valeurs 0 et 1. La loi de probabilité de  $X$  est définie par :  $P(\{X = 0\}) = p$  et  $P(\{X = 1\}) = 1 - p$  avec  $0 < p < 1$ .

1. Exprimer l'espérance puis l'écart type de  $X$  en fonction de  $p$ .

**Exercice n° 5**

(D.S) *Détermination de la composition d'une urne pour obtenir une espérance de gain souhaitée*

On considère une urne contenant trois boules jaunes, deux boules bleues, une boule rouge et quatre boules vertes. Ces boules sont indiscernables au toucher. On tire, au hasard, une boule de l'urne.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :  
 $J = \text{"tirer une boule jaune"}$      $B = \text{"tirer une boule bleue"}$      $R = \text{"tirer une boule rouge"}$      $V = \text{"tirer une boule verte"}$
2. En fonction de la couleur tirée, on se voit attribuer une somme d'argent selon la convention suivante :  
 si la boule tirée est :  
 $\hookrightarrow$  rouge, on gagne 10€     $\hookrightarrow$  verte, on gagne 2€     $\hookrightarrow$  jaune ou bleue, on gagne 3€.
 

Soit  $X$  la variable aléatoire qui associe, à chaque tirage le gain réalisé (positif ou négatif).

  - (a) Déduire de la question 1 :  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$  et  $P(X = 10)$ .
  - (b) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ , sa variance puis son écart-type. (On arrondira l'écart-type à  $10^{-2}$ )
3. Maintenant, on gagne toujours 10€ si la boule tirée est rouge, 2€ si elle est verte mais on gagne 3€ si elle est jaune et  $m$ € si elle est bleue ;  $m$  désignant un réel positif. Calculer  $m$  pour que le gain moyen espéré soit de 4,5€.