Exemple 1 :

$$f(x) = \frac{x^2}{3x+1}$$

f est de la forme $\dfrac{U}{V}$ donc pour dériver, on DOIT appliquer la formule $\dfrac{U' \times V - V' \times U}{V^2}$

$U(x) = x^2$ donc $U'(x) = ...$

$V(x) = 3x + 1$ donc $V'(x) = ...$

$$f'(x) = \frac{2x \times (3x+1) - 3 \times x^2}{(3x+1)^2} = \frac{3x^2 + 2x}{(3x+1)^2}$$

Exemple 2 :

$$f(x) = x^2 \times \sqrt{x}$$

f est de la forme $U \times V$ donc pour dériver, on DOIT appliquer la formule $U' \times V + V' \times U$

$U(x) = x^2$ donc $U'(x) = ...$

$V(x) = \sqrt{x}$ donc $V'(x) = ...$

$$f'(x) = 2x \times \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \times x^2$$

Exercice n° 1

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

1. Montrer que $f'x) = \dfrac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$

2. Montrer que l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 est : $y = 2x$

3. Par un calcul, déterminer le nombre de tangentes horizontales.

Correction page suivante. Vous perdez votre temps si vous lisez la correction sans avoir essayé de faire l'exercice !

Correction :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

1. f est de la forme $\dfrac{U}{V}$ donc pour dériver, on DOIT appliquer la formule $\dfrac{U' \times V - V' \times U}{V^2}$

$U(x) = 2x$ donc $U'(x) = 2$
$V(x) = x^2 + 1$ donc $V'(x) = 2x$

$$f'(x) = \frac{2 \times (x^2+1) - 2x \times 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}$$

2. $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ avec $f(0) = \dfrac{2 \times 0}{0^2+1}$=0 et $f'(0) = \dfrac{-2 \times 0^2 + 2}{(0^2+1)^2} = 2$

Donc $y = 2(x-0) + 0 = 2x$

3. le cours nous dit qu'une tangente est horizontale au point d'abscisse x si et seulement si $f'(x) = 0$. On doit donc résoudre :

$$f'(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0$$

C'est à dire $-2x^2 + 2 = 0$ (car $(x^2+1)^2 > 0$)
Donc $x^2 = 1$ donc $x = 1$ ou $x = -1$
Il y a donc deux tangentes horizontales. Aux points d'abscisse 1 et -1.