

TSP - Le voyageur de commerce

Le problème du voyageur de commerce - *Traveling Salesman Problem* TSP -, étudié depuis le 19e siècle, est l'un des plus connus dans le domaine de la recherche opérationnelle. William Rowan Hamilton a posé pour la première fois ce problème sous forme de jeu dès 1859.

Problème

Le problème du TSP sous sa forme la plus classique est le suivant : « Un voyageur de commerce doit visiter une et une seule fois un nombre fini de villes et revenir à son point d'origine. **Comment trouver l'ordre de visite des villes qui minimise la distance totale parcourue par le voyageur. ?** »

Ce problème d'optimisation combinatoire appartient à la classe des problèmes NP-Complets.

Les domaines d'application sont nombreux : problèmes de logistique, de transport aussi bien de marchandises que de personnes, et plus largement toutes sortes de problèmes rencontrés dans l'industrie se modélisent sous la forme d'un problème de voyageur de commerce, comme l'optimisation de trajectoires de machines outils : comment percer plusieurs points sur une carte électronique le plus vite possible ?

Exercice 1 :

- 1- Pour un ensemble de 4 villes, combien existe t-il de chemins différents possibles ?
- 2- Pour un ensemble de 5 villes, combien existe t-il de chemins possibles ?
- 3- Pour un ensemble de 71 villes, combien existe t-il de chemins différents possibles ?
- 4 - Sachant que mon ordinateur est capable de traiter 10 000 000 de trajets par seconde, en combien de temps aura t-il traité le problème des 71 villes ?

L'objectif de ce TP est de réaliser un algorithme glouton pour résoudre le TSP en considérons les villes nommées succinctement A, B, C, D, E, F et G dont on connaît les coordonnées géographiques (longitude, latitude) :

A (0 ; 0) B (7 ; 3) C (3 ; 1) D (2 ; 4) E (4 ; 6) F (3 ; 2) G (5 ; 0)

Exercice 2 : Sur la première "carte" à votre disposition, en partant de la ville F (que vous entourerez), tracer l'itinéraire (boucle) **qui vous semble optimal pour minimiser la distance à parcourir.**

Exercice 3 : Ecrire en une phrase **la méthode gloutonne** qui détermine le choix (qui vous semble optimal) de votre prochaine étape.

Exercice 4 : sur chacune des autres "cartes" à votre disposition, en partant d'une autre ville (que vous entourerez), tracer l'itinéraire (boucle) déterminée par la méthode gloutonne précédente.



Exercice 5 : Quels sont les itinéraires qui paraissent bien "longs" et que l'on peut éliminer ?

Visuellement, à l'aide de la carte, vous arrivez assez facilement à distinguer quelle est la ville la plus proche de votre étape, mais un ordinateur n'a pas accès à cette "vision d'ensemble"! Pour chaque étape, il doit calculer la distance qui sépare la position actuelle de chacune des autres villes à partir de leur coordonnées.

A vous de vous mettre dans "la peau d'un ordinateur" en CACHANT les cartes.

Exercice 6 :

Compléter le *distancier* ci-dessous en utilisant les coordonnées des villes :

A (0 ; 0) B (7 ; 3) C (3 ; 1) D (2 ; 4) E (4 ; 6) F (3 ; 2) G (5 ; 0)

	A	B	C	D	E	F	G
A	0						
B		0		$\sqrt{26}$			
C			0				
D		$\sqrt{26}$		0			
E					0		
F						0	
G							0

Exemple : détermination de la distance BD ou DB:
B (7 ; 3) D (2 ; 4)
D'après le théorème de Pythagore :
 $BD^2 = (x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2$
 $= (7 - 2)^2 + (3 - 4)^2$
 $= 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$

Avec un petit peu d'organisation, on pourrait se répartir le travail...

Uniquement en utilisant ce distancier (SANS REGARDER les "cartes"), déterminer :

Itinéraire glouton en partant de A :
Longueur de l'itinéraire en partant de A :

Itinéraire glouton en partant de B :
Longueur de l'itinéraire en partant de B :

Itinéraire glouton en partant de C :
Longueur de l'itinéraire en partant de C :

Itinéraire glouton en partant de D :
Longueur de l'itinéraire en partant de D :

Itinéraire glouton en partant de E :
Longueur de l'itinéraire en partant de E :

Itinéraire glouton en partant de F :
Longueur de l'itinéraire en partant de F :

Itinéraire glouton en partant de G :
Longueur de l'itinéraire en partant de G :

Pour le plus court itinéraire glouton : il faut partir de ...
Longueur de ce plus court itinéraire :

