

Exercice n° 1

Pour extraire de l'eau dans des zones de terrain instable, on souhaite forer un conduit dans le sol pour réaliser un puits tout en préservant l'intégrité du terrain. Pour représenter cette situation, on va considérer qu'en forant à partir d'une position en surface, on s'enfonce dans le sol en allant à gauche ou à droite à chaque niveau, jusqu'à atteindre le niveau de la nappe phréatique. Le sol pourra donc être représenté par une pyramide d'entiers où chaque entier est le score de confiance qu'on a dans le forage de la zone correspondante. Une telle pyramide est présentée sur la figure 1, à gauche, les flèches indiquant les différents déplacements possibles d'une zone à une autre au cours du forage. Un conduit doit partir du sommet de la pyramide et descendre jusqu'au niveau le plus bas, où se situe l'eau, en suivant des déplacements élémentaires, c'est-à-dire en choisissant à chaque niveau de descendre sur la gauche ou sur la droite. Le score de confiance d'un conduit est la somme des nombres rencontrés le long de ce conduit. Le conduit gris représenté à droite sur la figure 1 a pour score de confiance :

$$4 + 2 + 5 + 1 + 3 = 15$$

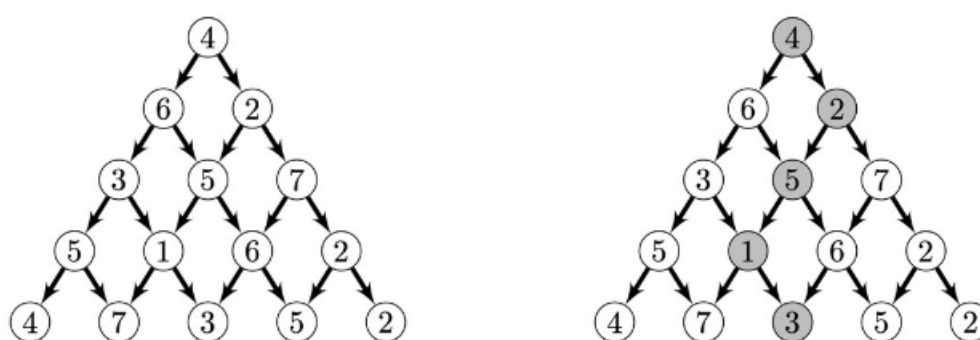


Figure 1.

On va utiliser un ordinateur pour chercher à résoudre ce problème. Pour cela, on représente chaque niveau par la liste des nombres de ce niveau et une pyramide par une liste de niveaux.

- La pyramide ci-dessus sera représentée par la liste de listes $ex1 = [[4], [6, 2], [3, 5, 7], [5, 1, 6, 2], [4, 7, 3, 5, 2]]$
 - Dessiner la pyramide représentée par la liste de listes $ex2 = [[3], [1, 2], [4, 5, 9], [3, 6, 2, 1]]$
 - Déterminer un conduit de score de confiance maximal dans la pyramide $ex2$ et donner son score.
- On souhaite déterminer le score de confiance maximal pouvant être atteint pour une pyramide quelconque.
 - Une première idée consiste à énumérer tous les conduits et à calculer leur score pour déterminer les meilleurs.
 - Combien y a-t-il de conduits dans une pyramide à 3 étages ?
 - Combien y a-t-il de conduits dans une pyramide à 4 étages ?
 - Combien y a-t-il de conduits dans une pyramide à 41 étages ?
 - Quel problème soulève les calculs précédents ?
 - Proposer une solution gloutonne au problème.
 - Implémenter cette solution en python.
 - Votre algorithme donne-t-elle toujours le score de confiance maximal ?
- Proposer un algorithme permettant d'avoir toujours (c'est à dire quelque soit la pyramide de départ) une solution optimale.

Aide : On raisonnera à partir du bas de la pyramide.