

Cadeaux circulaires

Pour fêter la nouvelle année, un groupe d'amis a décidé qu'il y aurait une distribution de petits cadeaux lors de la soirée. Pour préparer cela, chacun a écrit son nom sur un papier qu'il a déposé dans un chapeau.

Au moment de la distribution de cadeaux, chaque participant tire un papier. Il découvre ainsi la personne à laquelle il va devoir faire son cadeau (potentiellement lui).

Un tel appariement des invités s'appelle en mathématiques une *permutation*. On cherche dans cet exercice à déterminer si cette permutation est *circulaire*.

On garantit que :

- il y a au moins une personne invitée à cette fête ;
- chaque personne fait un cadeau à une unique personne (éventuellement elle-même),
- chaque personne ne reçoit qu'un unique cadeau (éventuellement en provenance d'elle-même).

On représente une distribution par un dictionnaire **Python** dans lequel :

- les clés sont les personnes offrant le cadeau ;
- les valeurs sont les personnes recevant le cadeau.

Conséquence des règles sur le dictionnaire

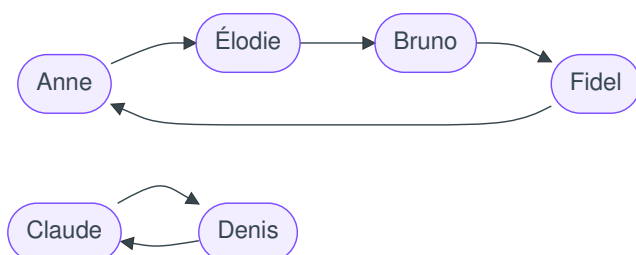
Les règles garantissent que :

- le dictionnaire est non-vide
- chaque personne apparaît exactement une fois en tant que clé du dictionnaire
- et exactement une fois en tant que valeur associée à une clé.

Exemple pour `distribution_a`

Voici un exemple, avec 6 personnes, de « distribution » de cadeaux qui respecte les règles ci-dessus :

- Anne fait un cadeau à Élodie ;
- Élodie fait un cadeau à Bruno ;
- Bruno fait un cadeau à Fidel ;
- Fidel fait un cadeau à Anne ;
- Claude fait un cadeau à Denis ;
- Denis fait un cadeau à Claude.



Script Python

```
distribution_a = {
    "Anne": "Élodie",
    "Élodie": "Bruno",
    "Bruno": "Fidel",
    "Fidel": "Anne",
    "Claude": "Denis",
    "Denis": "Claude",
}
```

Dans cette distribution il y a deux cycles distincts :

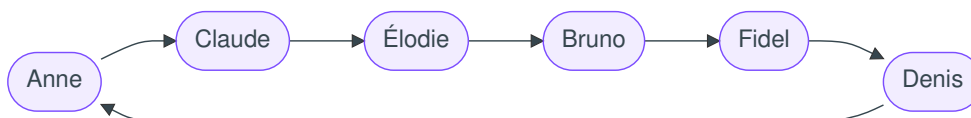
- un premier cycle avec Anne, Élodie, Bruno, Fidel ;
- et un second cycle avec Claude et Denis.

Cette distribution **n'est donc pas** circulaire.

Exemple pour distribution_b

Script Python

```
distribution_b = {
    "Anne": "Claude",
    "Bruno": "Fidel",
    "Claude": "Élodie",
    "Denis": "Anne",
    "Élodie": "Bruno",
    "Fidel": "Denis"
}
```



Cette distribution comporte un unique cycle : Anne, Claude, Élodie, Bruno, Fidel, Denis. Cette distribution **est** donc circulaire.

Une présentation est dite *circulaire* si elle ne présente qu'un unique cycle. Pour savoir si une distribution est circulaire, on peut utiliser l'algorithme ci-dessous :

- on part d'un donateur initial;
- on inspecte son destinataire dans la distribution,
- ce destinataire devient à son tour donateur ;
- on recommence le parcours jusqu'à ce que le destinataire soit le donateur initial ;
- la distribution est circulaire si on l'a effectué autant de « sauts » qu'il y a de personnes dans le groupe.

Compléter la fonction `est_circulaire`

```
1 def est_circulaire(distribution):
2     ...
3
4 # Tests
assert est_circulaire(distribution_a) is False
assert est_circulaire(distribution_b) is True
```