

Les arbres en informatique

1- Pourquoi des représentations en arborescence ?

Une arborescence est utilisée :

- dans la vie de tous les jours pour représenter des hiérarchie, des classifications, des partitions...
- en informatique pour représenter des informations de ce type et aussi pour :
 - o l'organisation interne des fichiers en mémoire
 - o les modes de calculs d'une expression
 - o l'organisation des données triées

2- Qu'est-ce qu'un arbre ?

En informatique, les arbres sont des structures de données

- hiérarchiques,
- naturellement récursives,

utilisées pour représenter des ensembles de données structurées hiérarchiquement.

Ex :

- système de fichiers,
- base de données
- sites web
- ...

Un arbre est une structure de données non-linéaire (comparée aux tableaux, listes, piles et files qui sont des structures linéaires).

Une structure de données arborescente peut être définie récursivement comme un ensemble de nœuds accessibles depuis un nœud racine.

Chaque nœud est une structure composée :

- d'une valeur
- et d'une liste de références vers d'autres nœuds

, avec les contraintes suivantes :

- Aucune référence n'est dupliquée (chaque nœud a un unique parent)
- Et aucune référence ne désigne le nœud racine (le nœud racine n'a donc pas de parent)

3- Un peu (beaucoup...) de vocabulaire

Terminologie :

- Un nœud est caractérisé par
 - o Une donnée (aussi appelée étiquette)
 - o Un nombre fini de fils
- Une arête relie deux nœuds. Chaque nœud, à l'exception de la racine, est relié à un autre nœud, son père, par exactement une arête entrante. Chaque nœud peut avoir une ou plusieurs arêtes sortantes le reliant à ses fils. On parle aussi de lien.
- La racine d'un arbre est le seul nœud sans père
- Un chemin est une liste de nœuds reliés par des arêtes
- Une branche est le chemin le plus court reliant un nœud à la racine
- Les fils ou enfants sont l'ensemble des nœuds reliés à un même nœud par des arêtes entrantes
- Le père ou parent est le nœud relié à ses nœuds fils par une arête sortante.
- Un sous-arbre est l'ensemble des nœuds et arêtes d'un nœuds parent et de ses descendants
- Une feuille est un nœud sans fils
- Un nœud interne est un nœud qui n'est pas une feuille.

Pour assurer la cohérence de ces définitions, on considère que **l'arbre vide n'est pas un nœud**.

Quelques mesures sur les arbres :

- La **taille** d'un arbre est le **nombre de nœuds** de l'arbre
- La **profondeur d'un nœud** est le nombre d'arêtes sur la branche qui le relie à la racine.
 - o La profondeur de la racine est nulle.
- La **hauteur d'un arbre** est la profondeur maximale de l'ensemble des nœuds de l'arbre
 - o Avec cette définition, la hauteur d'un arbre constitué d'un seul nœud (qui est alors à la fois la racine et une feuille), est nulle.
 - o Pour cette raison, on fixe conventionnellement à -1 la hauteur d'un arbre vide

Remarque importante : *Certains auteurs adoptent une autre convention pour calculer la profondeur d'un nœud en fixant la profondeur de la racine à 1, ce qui donne une hauteur supérieure d'une unité à notre définition...*

- **L'arité d'un nœud** est le nombre de fils du nœud
- **L'arité d'un arbre** est le nombre maximal de fils des nœuds de l'arbre.

Arbre et récursivité

Il est aussi important de bien noter que l'on peut aussi voir les arbres comme des structures **récursives** :

Les arbres sont constitués de sous-arbres qui sont des arbres. Ces arbres sont eux-mêmes constitués de sous-arbres qui sont des arbres...

4- Un cas particulier : les arbres binaires

L'arité d'un arbre binaire est 2.

Un arbre binaire est :

- soit un arbre vide (parfois noté Δ)
- soit un triplet (e, g, d), appelé nœud, dans lequel :
 - o e est l'étiquette de la racine de l'arbre
 - o g est le sous-arbre gauche de l'arbre
 - o d est le sous-arbre droit de l'arbre

Les sous-arbres gauche et droit d'un arbre binaire non vide sont eux-mêmes des arbres binaires. La structure d'arbre binaire est donc une structure récursive.

On appelle *fils gauche* (respectivement *fils droit*), le *sous-arbre gauche* (respectivement *sous-arbre droit*) d'un nœud.

Arbres binaires et Python :

Python ne propose pas de façon native l'implémentation des arbres binaires. Mais nous allons implémenter des arbres binaires en Python de différentes manières :

- Liste de listes
- Module complémentaire importé
- Programmation orientée objet