

# LE PROJET DU PROFESSEUR

# Z

## CONTEXTE :

Bien décidé à se venger des Hommes qui se sont moqué de lui pour sa tentative de fabrication d'une *terrible machine* détectant l'arrêt de n'importe quel algorithme, le professeur Z s'est retiré dans son sombre manoir.

Dans le sous-sol de sa demeure, il met au point un terrible procédé capable de changer un individu en *zombie*. Il maîtrise ce procédé et arrive à le rendre réversible (il est donc capable de transformer un *zombie* en humain).

Il se met alors en tête de fabriquer une ***machine infernale de Turing*** déterministe, à  $n$  états (avec  $n \geq 1$ ), dans le but de transformer le maximum d'humains ("H") en zombie ("Z").

Ne voulant pas être la victime de sa propre machine infernale, il s'impose un état supplémentaire (en plus des  $n$  états), **dans lequel sa machine infernale s'arrêtera (*état final*), et que sa machine infernale devra atteindre** pour ne pas que la suite de transformations devienne incontrôlable...

Le "ruban" de sa machine infernale de Turing ne sera d'autre que *l'humanité* : une suite infinie de symboles "H" (les humains sont tous égaux et sacrément nombreux !)

La "tête de lecture" de sa machine infernale de Turing sera positionnée au milieu de ce ruban infini (?!), c'est-à-dire dans une position quelconque.

L'"état initial" de sa machine infernale de Turing sera l'état "e1".

Si, et seulement si la machine s'arrête, le nombre de "Z" alors présents sur le ruban est appelé le *score* de la machine infernale.

**Le projet du professeur Z consiste à trouver, pour un nombre  $n$  donné, la ou plutôt les machines infernales de Turing possédant le score maximal, ou le nombre maximal de tentatives de transformations = nombre de déplacements du ruban que la machine infernale exécute avant de s'arrêter.**

**De telles machines seront appelées *machines infernales ultimes de Turing*.**

## CALCULABILITE / DECIDABILITE :

Si l'on arrive à déterminer le score maximal d'une machine infernale de Turing pour un nombre  $n$  entier relativement *faible*, sa détermination pour tout  $n$  est ***incalculable***.

Le nombre de déplacements du ruban que la machine infernale (à  $n$  états) exécute avant de s'arrêter est lui-aussi ***incalculable***.

Il est ***indécidable*** par un algorithme général de déterminer si une machine infernale de Turing (à  $n$  états) a un score qui est le score maximal d'une machine infernale de Turing à  $n$  états.

## PREMIERE TENTATIVE :

Table de transition :

Etat	Symbole lu par la tête de lecture	
	"H"	"Z"
e1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e1"</li></ul>	<i>Non utilisé</i>

Que pensez-vous de cette machine infernale de Turing ?

## MACHINE INFERNALE ULTIME DE TURING A 1 ETAT :

Table de transition :

Etat	Symbole lu par la tête de lecture	
	"H"	"Z"
e1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "Fin"</li></ul>	<i>Non utilisé</i>

### Remarques :

- Le résultat serait identique si le ruban était déplacé à droite plutôt qu'à gauche.
- Si la machine infernale restait à l'état **e1** après le déplacement du ruban, elle recommencerait le même processus et ne s'arrêterait jamais.

Avec cette machine infernale :

- combien d'humains ont au final été transformés en zombie ?
- combien de déplacements du ruban la machine infernale a-t-elle exécuté avant de s'arrêter

## MACHINE INFERNALE ULTIME DE TURING A 2 ETATS :

Table de transition :

Etat	Symbole lu par la tête de lecture	
	"H"	"Z"
e1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e2"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e2"</li></ul>
e2	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e1"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "Fin"</li></ul>

Avec cette machine infernale :

- combien d'humains ont au final été transformés en zombie ?
- combien de déplacements du ruban la machine infernale a-t-elle exécuté avant de s'arrêter

## MACHINE INFERNALE ULTIME DE TURING A 3 ETATS :

Table de transition :

Etat	Symbole lu par la tête de lecture	
	"H"	"Z"
e1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e2"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "Fin"</li></ul>
e2	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "H"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e3"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e2"</li></ul>
e3	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e3"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e1"</li></ul>

Avec cette machine infernale :

- combien d'humains ont au final été transformés en zombie ?
- combien de déplacements du ruban la machine infernale a-t-elle exécuté avant de s'arrêter

Remarque : la table de transition suivante ne donne pas le nombre maximal de zombies à l'état final mais le plus grand nombre de déplacements du ruban .

Table de transition :

Etat	Symbole lu par la tête de lecture	
	"H"	"Z"
e1	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e2"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "Fin"</li></ul>
e2	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e2"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "H"</li><li>• Déplacer le ruban vers la droite</li><li>• Passer à l'état "e3"</li></ul>
e3	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e3"</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Ecrire le symbole "Z"</li><li>• Déplacer le ruban vers la gauche</li><li>• Passer à l'état "e1"</li></ul>

Avec cette machine infernale :

- combien d'humains ont au final été transformés en zombie ?
- combien de déplacements du ruban la machine infernale a-t-elle exécuté avant de s'arrêter

## DANS LA PEAU DU PROFESSEUR Z :

A vous d'imaginer une machine infernale de Turing, à 4 états, faisant au final le plus grand nombre d'humains transformés en zombies (concours entre élèves)



