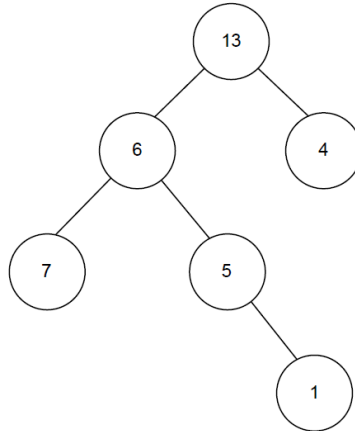


EXERCICE 1 (4 points)

Cet exercice porte sur les arbres binaires, les arbres binaires de recherche, la programmation orientée objet et la récursivité.

1. On considère l'arbre ci-dessous :



a. Justifier que cet arbre est un arbre binaire.

b. Indiquer si l'arbre ci-dessus est un arbre binaire de recherche (ABR). Justifier votre réponse.

2. On considère la classe `Noeud`, nous permettant de définir les arbres binaires, définie de la manière suivante en Python :

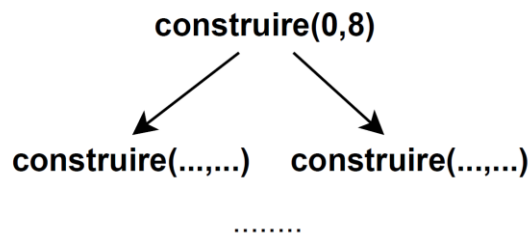
```
1 class Noeud:
2     def __init__(self, g, v, d):
3         """crée un noeud d'un arbre binaire"""
4         self.gauche = g
5         self.valeur = v
6         self.droit = d
```

On considère également la fonction `construire` ci-dessus qui prend en paramètre deux entiers `mini` et `maxi` et qui renvoie un arbre.

```
1 def construire(mini, maxi):
2     """mini, maxi: entiers respectant mini <= maxi"""
3     assert isinstance(mini, int) and isinstance(...,...) and ...
4     if maxi - mini == 1 or maxi - mini == 0:
5         return Noeud(None, mini, None)
6     elif maxi - mini == 2:
7         return Noeud(None, (mini+maxi)//2, None)
8     else:
9         sag = construire(mini, (mini+maxi)//2)
10        sad = construire((mini+maxi)//2, maxi)
11        return Noeud(sag, (mini+maxi)//2, sad)
```

La fonction `isinstance(obj, t)` renvoie `True` si l'objet `obj` est du type `t`, sinon `False`.

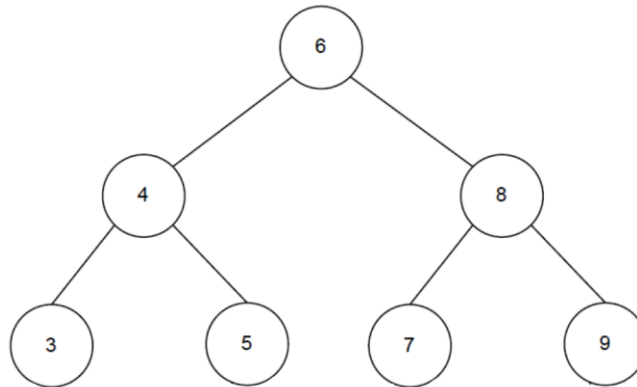
- a. Recopier et compléter sur votre copie la ligne 3 de l'assertion de la fonction `construire` de manière à vérifier les conditions sur les paramètres `mini` et `maxi`.
- b. On exécute l'instruction `construire(0,8)`. Déterminer quels sont les différents appels récursifs de la fonction `construire` exécutés. On représentera ces appels sous forme d'une arborescence, par exemple :



- c. Dessiner l'arbre renvoyé par l'instruction `construire(0,8)`.
- d. Dessiner l'arbre renvoyé par l'instruction `construire(0,3)`.
- e. Donner le résultat d'un parcours infixe sur l'arbre obtenu à la question 2.c. Expliquer pourquoi ce parcours permet d'affirmer que l'arbre est un arbre binaire de recherche.
- f. La fonction récursive `maximum` ci-dessous prend en paramètre un arbre binaire de recherche `abr` et renvoie la valeur maximale de ses nœuds. Recopier et compléter les lignes 5 et 7 de cette fonction.

```
1 def maximum(abr):
2     if abr is None:
3         return None
4     elif abr.droit is None:
5         return .....
6     else :
7         return .....
```

3. On donne l'arbre binaire de recherche `abr_7_noeuds` suivant :



On donne également ci-dessous la fonction `mystere` qui prend en paramètres un arbre binaire de recherche `abr`, un entier `x` et une liste `liste`.

```
1 def mystere(abr, x, liste):
2     """
3     abr -- arbre binaire de recherche
4     x -- int
5     liste -- list
6     Renvoie -- list"""
7     if abr is None:
8         return []
9     else:
10        liste.append(abr.valeur)
11        if x == abr.valeur:
12            return liste
13        elif x < abr.valeur:
14            return mystere(abr.gauche, x, liste)
15        else:
16            return mystere(abr.droit, x, liste)
```

a. Donner les résultats obtenus lorsque l'on exécute les instructions `mystere(abr_7_noeuds, 5, [])`, puis `mystere(abr_7_noeuds, 6, [])` puis `mystere(abr_7_noeuds, 2, [])`.

b. Décrire quel peut être le rôle de la fonction `mystere`.