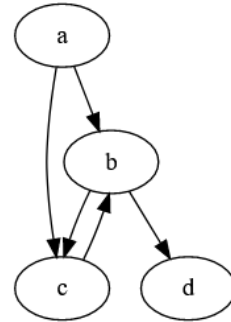


Les graphes

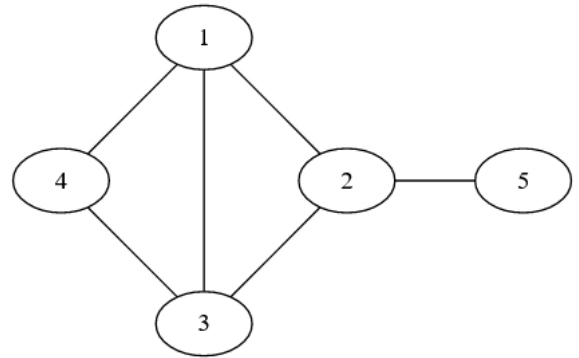
Un **graphe** est une structure de données constituée d'objets, nommés **sommets** et de **relations** entre ces sommets.

On peut classer les **graphes** en 2 catégories :

- Les **graphes orientés** : les relations entre les sommets se nomment **arcs**.



- Les **graphes non orientés** : les relations entre les sommets se nomment **arêtes**.

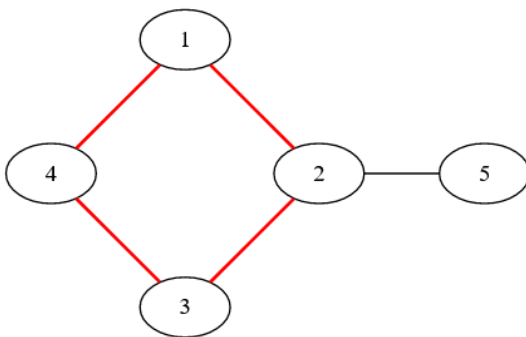


Vocabulaire

L'**ordre** d'un graphe est le **nombre de ses sommets**.

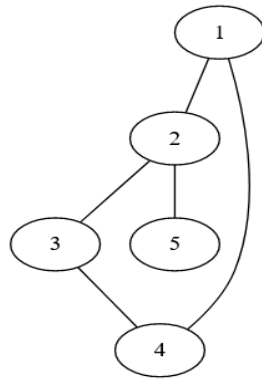
Vocabulaire des graphes non-orientés

- L'**arête** qui joint deux sommets A et B d'un graphe non-orienté est notée **A - B**.
- Deux **arêtes** d'un graphe non-orienté sont **adjacentes** si elles possèdent au moins un sommet commun.
- Deux **sommets** d'un graphe non-orienté sont **adjacents** si il existe une arête les joignant.
- Le **degré d'un sommet** S d'un graphe non-orienté est le nombre d'arêtes dont S est une extrémité.
- Dans un graphe non-orienté, une **chaîne** est une suite de sommets consécutifs reliés par des arêtes.
- Une chaîne est dite **élémentaire** si elle ne comporte pas plusieurs fois le même sommet.
- Une chaîne dont le sommet de début est le même que le sommet de fin est appelée un **cycle**.

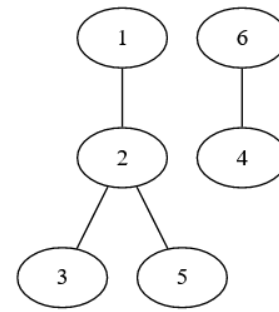


La chaîne 1 - 2 - 3 - 4 - 1 est un cycle

- Un graphe non-orienté est dit **connexe** lorsqu'il existe une chaîne reliant deux sommets quelconques.

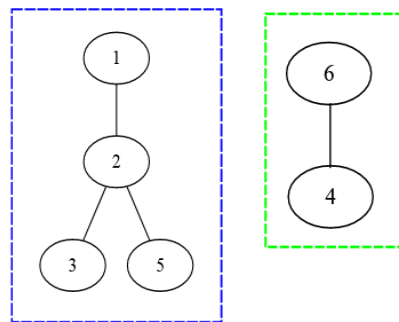


Graphe connexe



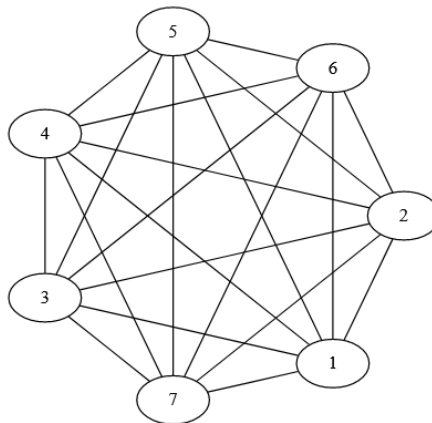
Graphe non connexe

- Un graphe non-orienté **non-connexe** se décompose en **composantes connexes**.



Dans l'exemple ci-dessus, le graphe non-connexe possède deux composantes connexes : $\{1,2,3,5\}$ et $\{4,6\}$.

- Un graphe non-orienté est dit **complet** si chacun de ses sommets est relié directement à tous les autres.



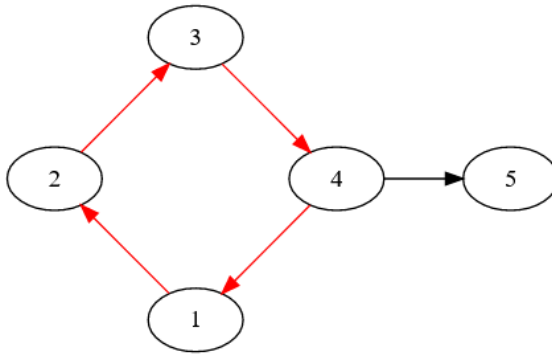
Vocabulaire des graphes orientés

- L'**arc** qui joint deux sommets A et B d'un graphe orienté est noté **$A \rightarrow B$** .

où A est son extrémité initiale et B son extrémité finale. B est le **successeur** de A et A est le **prédécesseur** de B.

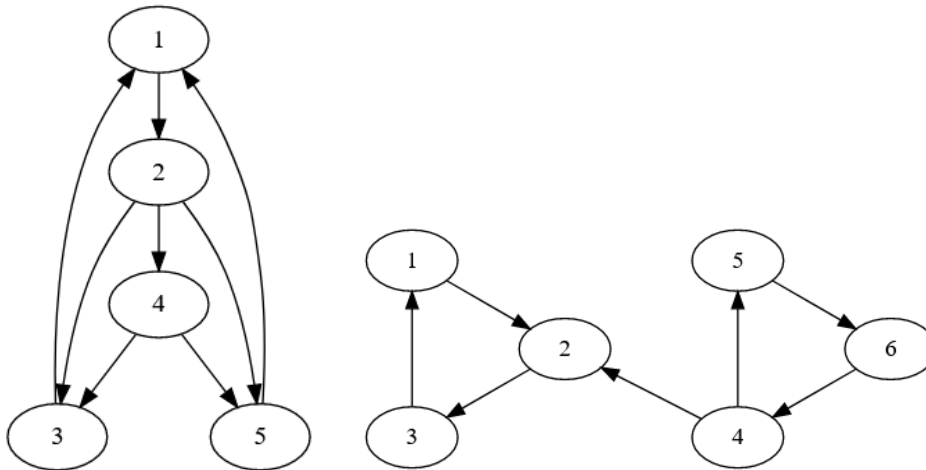
- Deux **arcs** d'un graphe orienté sont **adjacents** s'ils possèdent au moins une extrémité commune.
- Deux **sommets** d'un graphe orienté sont **adjacents** s'il existe un arc les joignant.

- Dans un graphe orienté, le **degré d'un sommet** A est le nombre d'arcs dont A est une extrémité.
- Dans un graphe orienté, un **chemin** est une suite de sommets consécutifs reliés par des arêtes.
- Un chemin est dit **élémentaire** si il ne comporte pas plusieurs fois le même sommet.
- Un chemin dont le sommet de début est le même que le sommet de fin est appelé un **circuit**.



Le chemin 1 -> 2 -> 3 -> 4 -> 1 est un **circuit**.

- Un graphe orienté est dit **fortement connexe** lorsque pour toute paire de sommets distincts (A,B) il existe un chemin de A vers B et de B vers A.



Graphe fortement connexe

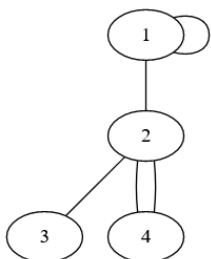
Graphe non fortement connexe

Le sommet 4 n'est pas accessible depuis les sommets 1, 2 ou 3.

Multigraphes

Un graphe est dit **simple** si au plus une relation relie deux sommets et qu'il n'y a pas de boucle sur un sommet.

Sinon le graphe est dit **multigraphe**.

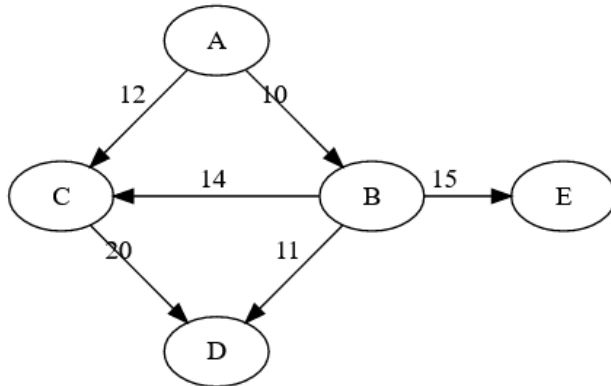


Exemple de **multigraphe** (non orienté)

Graphes étiquetés et pondérés

On appelle **graphe étiqueté** un graphe où chaque relation est affectée d'un symbole.

Dans le cas où les étiquettes sont un nombre positif, le graphe est appelé un **graphe pondéré**.



Ce type de graphe peut représenter par exemple une carte routière où les pondérations correspondent à une distance en km ...

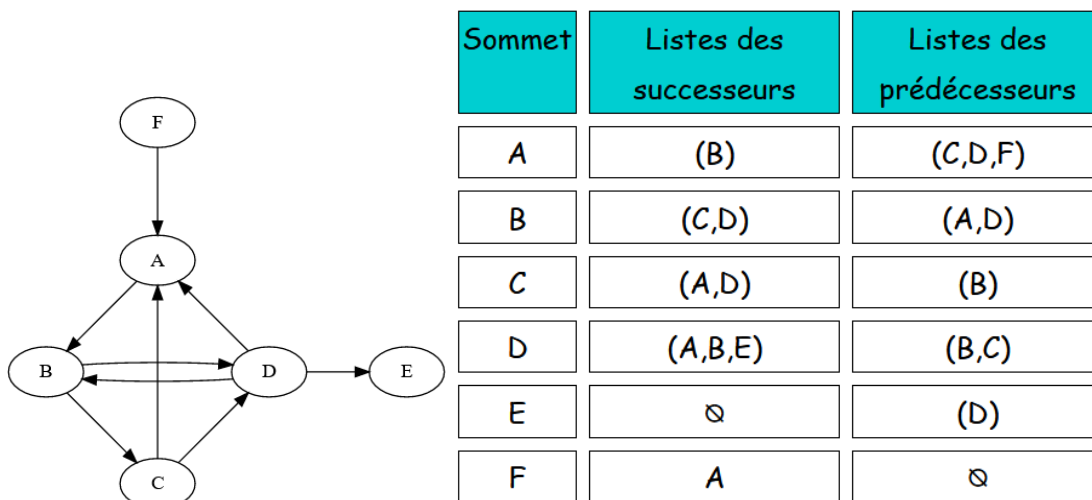
Un algorithme efficace pour déterminer le chemin le plus court d'un graphe pondéré pour aller d'un sommet donné à un autre est celui de [Dijkstra](#).

Listes d'adjacence

Listes des successeurs et prédécesseurs associées à un graphe orienté

On peut représenter un graphe orienté en donnant la **liste des successeurs**, c'est à dire la liste des sommets que l'on peut atteindre directement par un arc à partir d'un sommet donné. On peut également la liste des sommets menant à un sommet donné : il s'agit alors de la **liste des prédécesseurs**.

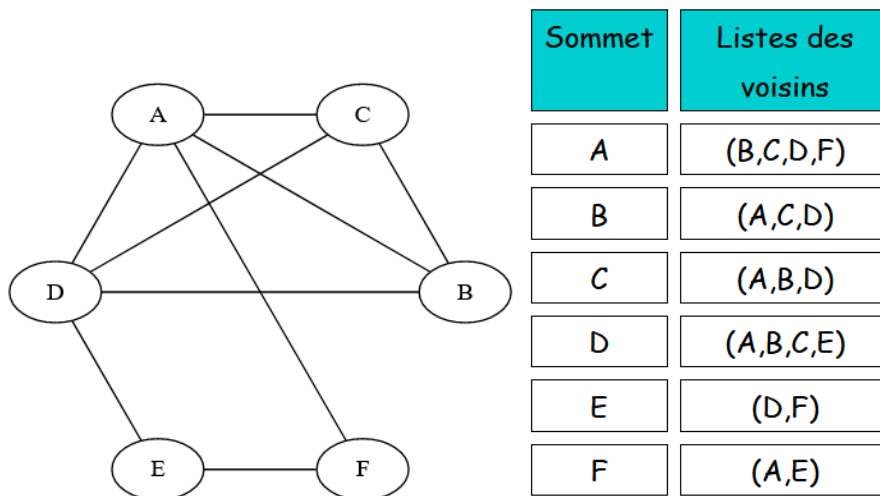
Construire les listes des successeurs et des prédécesseurs de tous les sommets du graphe orienté suivant :



Listes des voisins associées à un graphe non-orienté

Dans un graphe non-orienté, le vocabulaire utilisé est celui des **voisins** d'un sommet.

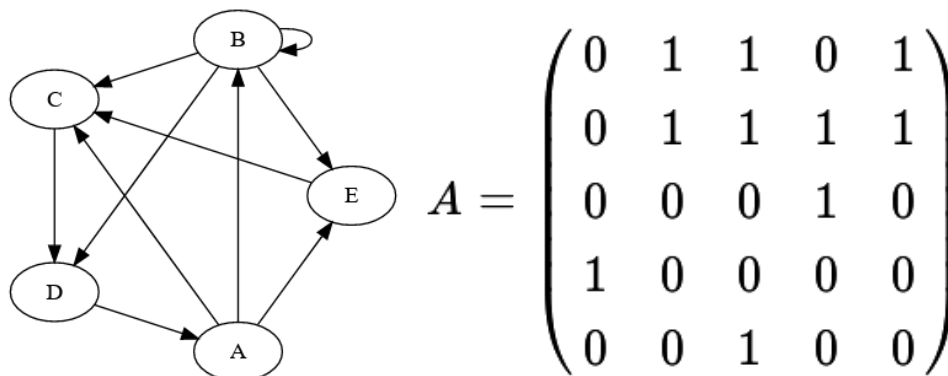
Construire les listes des voisins de tous les sommets du graphe non-orienté suivant :



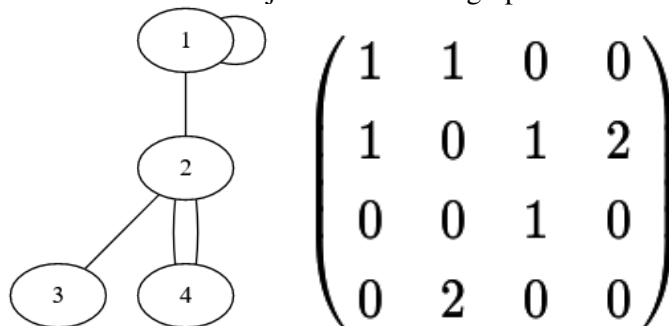
Matrice d'adjacence associée à un graphe

On appelle **matrice d'adjacence** d'un graphe non étiqueté à n sommets notés S_1, S_2, \dots, S_n , la matrice carrée (c'est à dire un tableau à n lignes et n colonnes) constituée des coefficients a_{ij}

Donner la matrice d'adjacence associée au graphe suivant :



Donner la matrice d'adjacence du multigraphe :



Remarque : la matrice d'adjacence d'un graphe non-orienté est symétrique.