

Exercice n° 1

1. $5 + 10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 1000 =$

2. $1 + \left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^9 =$

Exercice n° 2

Soit n un entier naturel non nul et (U_n) la suite définie par :

$$U_n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$$

1. Montrer que $U_n = 2^{n+1} - 1$
2. Conjecturer la limite de la suite U .

Exercice n° 3

Soit n un entier naturel non nul et (V_n) la suite définie par :

$$V_n = 1 + \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

1. Montrer que $V_n = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$
2. Conjecturer la limite de la suite V .

Exercice n° 4

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par

$$\begin{cases} u_1 &= \frac{1}{2} \\ u_{n+1} &= \frac{n+1}{2n} u_n \end{cases}$$

1. Calculer u_2 et montrer que $u_3 = \frac{3}{8}$.
2. Pour tout entier naturel n non nul, on pose

$$w_n = \frac{u_n}{n}.$$

3. Calculer w_1, w_2 et montrer que $w_3 = \frac{1}{18}$.
4. Démontrer que la suite (w_n) est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme w_1 .
5. En déduire une formule explicite pour w_n .
6. En déduire que, pour tout entier naturel n non nul,

$$u_n = \frac{n}{2^n}.$$