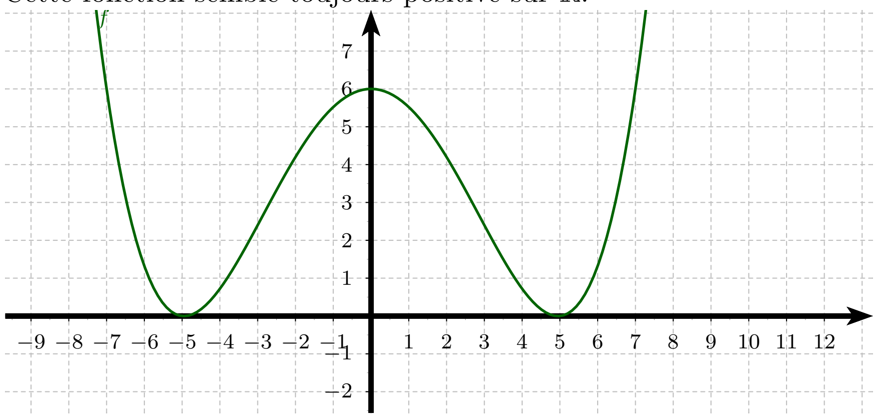
Exercice n° 1

On a tracé la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x^4}{100} - \frac{49x^2}{100} + 6.$$

Cette fonction semble toujours positive sur $\mathbb{R}$.



1. Calculer $f'(x)$, la fonction dérivée de f.

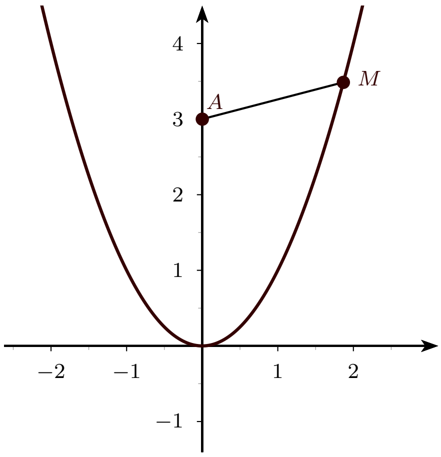
2. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{x}{100}\left(4x^2 - 98\right)$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f.

4. A partir de cette étude, peut-on confirmer la conjecture ? Expliquer en utilisant le vocabulaire de la leçon.

Exercice n° 2

Dans le repère orthonormé ci-dessous, on note $\mathcal{P}$, la courbe représentative de la fonction carrée, $A(0;4)$ et M un point situé sur $\mathcal{P}$. On cherche à déterminer les coordonnées de M tels que la distance AM soit minimale.



Partie A

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - 7x^2 + 16$

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

2. En déduire le minimum de f sur $\mathbb{R}$.

Partie B

1. Soient x un nombre réel et M un point de $\mathcal{P}$ de coordonnées $(x; x^2)$. Montrer que $AM^2 = x^4 - 7x^2 + 16$

2. Montrer que qu'il existe deux points M_1 d'abscisse négative et M_2 d'abscisse positive qui répondent au problème..

3. Montrer que la tangente à $\mathcal{P}$ au point d'abscisse $\sqrt{\frac{7}{2}}$ est perpendiculaire à (AM_1).

Partie C

1. Montrer que (AM_1) a pour équation cartésienne $-\sqrt{14}x + 14y - 56 = 0$.

2. Déterminer une équation cartésienne de (AM_2).

3. Déterminer une équation cartésienne de la droite d_1 perpendiculaire à (AM_1) passant par M_1.

4. Déterminer une équation cartésienne de la droite d_2 perpendiculaire à (AM_2) passant par M_2.

5. Déterminer les coordonnées du point B intersection de d_1 et d_2.

6. Dans un repère orthonormé, tracer précisément l'ensemble des points et droites de l'exercice.

7. Déterminer l'aire exacte du quadrilatère M_1AM_2B.

8. Déterminer l'angle $\hat{B}$ au centième de degré près.